

# PROEFEXAMEN LINEAIRE ALGEBRA

donderdag 15 november 2012

---

Familienaam: .....

Voornaam: .....

Richting: .....

---

- Schrijf op elk blad je naam.
- Schrijf netjes en leesbaar, in Nederlandse volzinnen.
- Begin voor elke vraag een nieuw blad. Schrijf 'BLANCO' op het vragenblad vóór de vragen waarop je eventueel geen antwoord weet.
- Geef enkel het net af.
- Overtuig ons ervan dat je begrijpt wat je schrijft, geef dus voldoende uitleg.

**Veel succes!**

---

1. Zij  $V$  een eindigdimensionale vectorruimte en zij  $U$  en  $W$  deelruimten van  $V$ . Bewijs:

$$\dim(U + W) + \dim(U \cap W) = \dim U + \dim W.$$

Hint: Kies op een doordachte manier basissen van  $U \cap W$ ,  $U$  en  $W$ .

2. Zij  $b \in \mathbb{R}$ , definieer dan de volgende optelling en scalaire vermenigvuldiging op  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}x \boxplus y &= x + y - b \\ \lambda \odot x &= \lambda(x - b) + b.\end{aligned}$$

Bewijs dat  $\mathbb{R}$  uitgerust met  $\boxplus$  en  $\odot$  een vectorruimte is.

3. Waar of fout? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

- (a) We noemen een functie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stijgend indien  $f(x) \leq f(y)$  voor alle  $x \leq y$ , en dalend indien  $f(x) \geq f(y)$  voor alle  $x \leq y$ . Dan is

$$V = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ is stijgend of dalend}\}$$

een deelruimte van de vectorruimte  $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$  van alle reële functies.

- (b) Zij  $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  een basis van een gegeven vectorruimte  $(\mathbb{R}, V, +)$ . Dan is  $\{e_1 - e_n, e_2 - e_n, \dots, e_{n-1} - e_n\}$  een vrij deel in  $V$ .

4. Bespreek het volgende stelsel met twee reële parameters  $a$  en  $b$ .

$$\begin{cases} -2x - 2y + (b - 7a)z &= 0 \\ -x - y - 3az &= -2b \\ x + (a + 1)y + 2az &= 2b \end{cases}$$

Geef voor elke waarde van  $a$  en  $b$  in  $\mathbb{R}$  de oplossingsverzameling van dit stelsel.