

Naam:

q-nummer:

Score:

Proef Examen Thermodynamica, 20 April 2022

Opmerkingen:

- Kijk voor je begint kort de vragen door. Sommige zijn gemakkelijker en doe je misschien liever eerst.
- Maak goed gebruik van het formularium.
- Altijd geldende tip: let goed op de eenheden!
- De test is schriftelijk en je wilt graag dat het goed verbeterd wordt. Maak je ruwste schetsen dus eerst op (ander) kladpapier. Zet je naam op elk blad.

- Vergelijkingen en constantes

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots \quad (0.1)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots \quad (0.2)$$

$$(1 - x)^n = 1 - nx + \mathcal{O}(x^2) \quad (0.3)$$

$$\log(1 + x) = x + \mathcal{O}(x^2) \quad (0.4)$$

$$\tanh x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \dots \quad (0.5)$$

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \quad (0.6)$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \quad (0.7)$$

$$\coth x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{15} + \dots \quad (0.8)$$

$$\log N! = N \log N - N \quad (0.9)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha p^2/2} dp = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} \quad (0.10)$$

$$\frac{d}{d\alpha} I_\alpha = \frac{-1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx x^2 e^{-\alpha x^2/2} \quad (0.11)$$

1 Uitzetting

We dompelen 5 kg koper, met een warmtecapaciteit gelijk aan $c_k = 0.386 \text{ J/gr}\cdot\text{K}$ en een lineaire uitzettingscoëfficiënt $\alpha = 1.68 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, in een vat met 2 kg water (warmtecapaciteit gelijk aan $c_w = 4.19 \text{ J/gr}\cdot\text{K}$). Het koper heeft in het begin een temperatuur $T_h = 550 \text{ K}$, en het water $T_c = 300 \text{ K}$.

- Wat is de eindtemperatuur eens dat ze thermisch evenwicht bereiken?
- Als het koper in het begin een volume $V_0 = 0.625 \text{ dm}^3$ inneemt, wat zal zijn eindvolume zijn? Gebruik de gekende benadering voor de volumetrische uitzettingscoëfficiënt β vanuit de waarde van α , en neem aan dat β niet afhangt van de temperatuur in dit proces.
- Wat is de entropietoename? En wat is de entropietoename als het koper in een veel groter vat wordt gedompeld? Vergelijk de twee uitkomsten.

2 Universeel kritisch

De toestandsvergelijking van van der Waals wordt gegeven door

$$\left(P + a \frac{N^2}{V^2}\right)(V - Nb) = Nk_B T$$

- Leid deze af en argumenteer de aannames die nodig zijn.
- Leid af wat de kritische druk P_c , temperatuur T_c en volume V_c zijn in termen van b en a .
- Leg uit waarom er een universeel gedrag verkregen wordt als de druk, volume en temperatuur geschaald worden met P_c , T_c en V_c

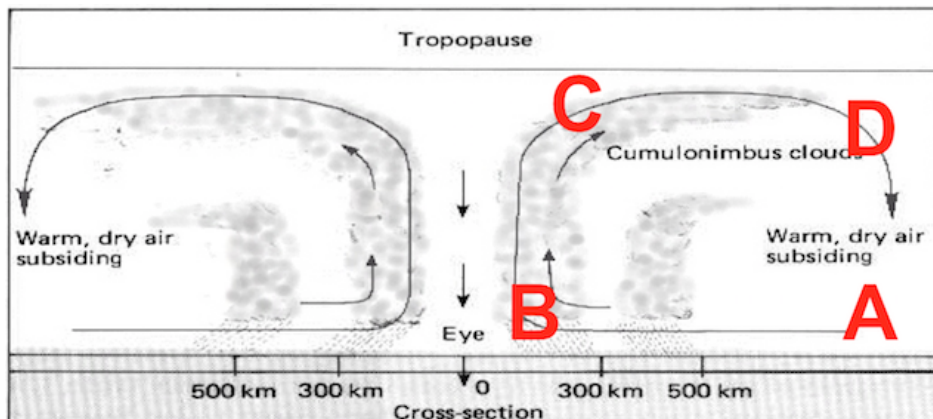
3 Schets Helmholtz

Maak een (algemene) schets van de Helmholtz vrije energie als functie van het volume van een systeem bij vaste temperatuur en deeltjesaantal.

- Doe dat voor twee verschillende substanties die enkel verschillen in isotherme compressibiliteit κ_T en duid aan welke substantie de hoogste κ_T heeft.
- Doe dat ook voor twee verschillende substanties die enkel verschillen in interne druk en duid aan welke substantie de hoogste interne druk heeft.
- Geef de analytische vorm / formule van deze curve voor een ideaal gas.

4 Motor

Een orkaan boven de oceaan kan gezien worden als een cyclus werkend tussen de oceaan als warmereservoir en de stratosfeer als koudereservoir. Een cyclus ziet er als volgt uit : (A-B) een isotherme expansie bij een temperatuur T_h als de lucht horizontaal van het hogedrukgebied aan de rand van de orkaan naar het lagedrukgebied in het centrum van de orkaan gaat. Bij deze expansie staat de lucht in contact met het warmereservoir van de oceaan. (B-C) Een adiabatische expansie als de lucht opstijgt in het oog van de orkaan. (C-D) Een isotherme compressie bij een temperatuur T_l wanneer de lucht boven in de tropopause getransporteerd



Figuur 1: plaats-hoogte diagram van een orkaan cyclus.

wordt van het lagedrukgebied in het centrum naar het hogedrukgebied aan de rand, waarbij de lucht warmte afstaat. (D-A) Adiabatiscche compressie wanneer de afgekoelde lucht snel hoogte verliest.

(a) Schets deze cyclus in een PV-plot. Beschrijf de stappen waar warmte het systeem inkomt Q_{in} en verlaat Q_{uit} . Waaraan doet deze cyclus je denken?

(b) Bereken de efficiëntie van deze 'motor' in termen van T_h en T_l .

Het interessante van deze cyclus is bovendien dat ze zichzelf voedt. Immers, er ontstaat frictie als de lucht terug getransporteerd wordt over het oceaanooppervlak (A-B) en deze frictie levert op de lucht een arbeid $W = bv^3$, waar b een constante is en v weer de snelheid. Deze arbeid wordt als warmte in de zee gedissipeerd zodat deze weer opwarmt.

(c) Er geldt dus dat $Q_{in} = av + bv^3$, omdat de warmte-afgifte van het oceaانwater door verdamping evenredig is met de snelheid, en de warmte-afgifte door frictie is evenredig met v^3 . Bereken met behulp van vraag (b) de theoretische bovengrens van de snelheid in termen van T_l , T_h , a en b .

(d) Leg uit welk soort van warmtetransfer tijdens deze orkaancyclus plaatsvindt en waarom deze efficiënt is.