

Examen Lineaire Algebra 25 Januari 2021

Informatici

Vandaag

1 Vraag 1

Als $(\mathbb{R}, V, +)$ en $(\mathbb{R}, W, +)$ vectorruimten zijn, waarvan V eindigdimensionaal is, en als $L : V \rightarrow W$ een lineaire afbeelding is, dan geldt dat:

$$\dim_{\mathbb{R}} V = \dim_{\mathbb{R}}(\ker L) + \dim_{\mathbb{R}}(\operatorname{Im} L).$$

2 Vraag 2

Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

1. Als voor twee matrices $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ geldt dat $AB = BA = 0$, dan is $(A + B)^k = A^k + B^k$, voor alle natuurlijke getallen $k \geq 1$.
2. Zij $L : V \rightarrow V$ een lineaire transformatie van een eindigdimensionale vectorruimte $(\mathbb{R}, V, +)$. Dan geldt voor twee willekeurige verschillende eigenwaarden λ_1 en λ_2 van L dat

$$E_{\lambda_1} + E_{\lambda_2} = \{v \in V \mid L(v) = \lambda_1 v \text{ of } L(v) = \lambda_2 v\}.$$

3. Als $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ een symmetrische matrix is met karakteristieke veelterm $\varphi_A(X) = (X - 1)^n$, dan is A de eenheidsmatrix van dimensie n .

3 Vraag 3 (Informatica)

Gegeven $\alpha \in \mathbb{R}$ en een lineaire afbeelding $L_{\alpha} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 : L_{\alpha}(x, y, z) = (y, \alpha x + z, 2y)$. Voor welke waarden van α is L_{α} diagonaliseerbaar over \mathbb{R} ? En voor welke waarden van α is L_{α} diagonaliseerbaar over \mathbb{C} ?