

Bewijzen en Redeneren: L^AT_EX opdracht 2009
bachelor Fysica en Wiskunde (verplicht)
bachelor Wijsbegeerte en Economische Wetenschappen (keuze)

- Werk de volgende opdracht individueel uit. U moet hier alleen aan werken. Geef ook geen files door aan anderen. Ingediende opdrachten die te zeer op elkaar lijken worden met 0 beoordeeld.
- Maak een L^AT_EX file en noem ze **Achternaam-Voornaam.tex** met uw achternaam aaneengeschreven. Als uw naam Maria Theresa Van Opbrouck is, dan wordt dit dus **VanOpbrouck-MariaTheresa.tex**. Deze naamgeving is verplicht.
- Deze opdracht telt mee voor 2 punten op 20 bij de bepaling van het eindcijfer voor Bewijzen en Redeneren. Zowel het correct en verzorgd gebruik van L^AT_EX wordt beoordeeld als het correct en verzorgd opschrijven van de wiskunde in volledige goed-lopende zinnen.
- Let bij het gebruik van L^AT_EX zeker op de volgende punten. Hiermee zullen we bij de quoterig rekening houden.
 - Maak de kop van uw document met `\title` en `\author`. Vermeld bij `\author` ook uw studentnummer.
 - Voorzie een aantal gecentreerde formules van een nummer. Zorg er voor dat er tenminste één keer naar een formule terugverwezen wordt. Gebruik de L^AT_EX commando's `\label` en `\ref`.
 - Maak een referentielijst waarin u de literatuur vermeldt die u gebruikt. Als u een bewijs uit de cursus volgt, vermeld dat dan en neem in dat geval de cursustekst op in de lijst van referenties. Verwijs naar de referenties met het commando `\cite`.
- Stuur de `.tex` file en de bijbehorende `.pdf` naar Prof. Arno Kuijlaars (arno.kuijlaars@wis.kuleuven.be) **en** naar uw assistent Lies Boelen (lies.boelen@wis.kuleuven.be) of Bart Bories (bart.bories@wis.kuleuven.be)
- Uiterste indiendatum is vrijdag 13 augustus 2010 om 24 uur.
- Veel succes!

L^AT_EX opdracht

(a) De rij (a_n) voldoet aan

$$a_{n+1} = 2a_n + 2^n \quad \text{voor } n \geq 0$$

met $a_0 = 0$. Bewijs met volledige inductie dat

$$a_n = n2^{n-1} \quad \text{voor elke } n \in \mathbb{N}.$$

We gaan verder in deze opdracht de bovenstaande recursie veralgemenen tot

$$b_{n+1} = Ab_n + B^n \quad \text{voor } n \geq 0$$

met $b_0 = 0$. De waarden A en B worden bepaald aan de hand van uw studentnummer dat uit zes cijfers bestaat. Neem voor A en B de laatste twee **niet-nul cijfers** van uw studentnummer. Als uw studentnummer bv. gelijk is aan 213008 dan is $A = 3$ en $B = 8$.

(b) Bereken de voortbrengende functie

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

Wat is de convergentiestraal van deze machtreeks ?

(c) Onderzoek of de limiet

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

bestaat.