

Discrete symmetrieën namiddag 24 januari 2011

Vraag 1

1. Zij $\mathcal{G}_1$ een normaaldeler van een eindige groep $\mathcal{G}$, bewijs dan dat de $\mathcal{G}_1$ een unie is van toevoegingsklassen
2. Zij R een irreducibele representatie van $\mathcal{G}/\mathcal{G}_1$ op $\mathcal{V}$.

$$\tilde{R}(g) := R([g]) = R(g\mathcal{G}_1)$$

Bewijs dat $\tilde{R}$ een representatie is van $\mathcal{G}$ op $\mathcal{V}$.

3. Bereken het karakter van $\tilde{R}$.
4. Bewijs dat $\tilde{R}$ een irrep is indien R dit is.
5. Pas dit nu toe op de groep $\mathcal{S}_3$

Vraag 2

De quaternionengroep $\mathcal{Q}$ heeft elementen $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$ waarbij $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ en $ij = k$, $jk = i$ en $ki = j$.

1. Geef de deelgroepen van $\mathcal{Q}$.
2. Geef de normaaldelers van $\mathcal{Q}$ en de quotiënten.
3. Stel de karaktertabel op van de $\mathcal{Q}$.
4. De Pauli-matrices (zoek ze op op internet, je vindt ze wel), vind een representatie die de quaternionengroep afbeeldt in functie van de Pauli-matrices. Is deze representatie irreducibel?