

MEETKUNDE I

(14/06/2004 (8u30-13u))

Theorie

- 1 (a) Definieer het begrip isometrie en toon aan dat elke isometrie de afstand bewaart.
(b) Bewijs dat een afbeelding F die de afstand bewaart een isometrie is.
- 2 (a) Definieer cirkelschroeflijn en geef uitgebreid commentaar.
(b) Formuleer en bewijs een karakterisatie van cilinderschroeflijnen met kromming en torsie.

Oefeningen

- 1 Geef een basis voor de richting van de affiene deelruimte van \mathbb{E}^4 , bepaald door volgend stelsel

$$\begin{cases} x_1 & & - & 3x_3 & - & x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & & = & 1 \\ x_2 & & & - & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ x_1 & + & 3x_2 & - & 4x_3 & + & 2x_4 & = & 5 \end{cases} .$$

- 2 Toon aan dat voor vier willekeurige punten $a, b, c, d \in \mathbb{E}^n$ geldt dat:

$$\vec{ab} \cdot \vec{cd} + \vec{ac} \cdot \vec{db} + \vec{ad} \cdot \vec{bc} = 0$$

Toon hiermee aan dat de hoogtelijnen in een driehoek concurrent zijn.

- 3 β is een booglengtegeparametriseerde kromme in \mathbb{E}^2 waarvan we weten dat κ nergens nul wordt.

Toon aan dat als de evoluut van β een deel van een rechte is, ze dan bestaat uit één punt.

Hint: gebruik de eigenschap uit de oefenzittingen dat een reguliere kromme α een (deel van een) rechte is, als α' evenredig is met α .

- 4 Bereken kromming en torsie van

$$\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{E}^3 : t \mapsto (\cos t + \sqrt{2}t, \sqrt{2} \sin t, -\cos t + \sqrt{2}t).$$

en toon hiermee aan dat α een cirkelschroeflijn is.

Bepaal, indien mogelijk, $a, b \in \mathbb{R}$ zo dat α congruent is met

$$\beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{E}^3 : t \mapsto (a \cos t, a \sin t, bt).$$

◇ ◇ ◇