

Tussentijdse Toets Bewijzen en Redeneren

Goranje :)

vrijdag 31 oktober 2024

Vraag 1. (15 punten) Zij X een verzameling en $A \subset X$ een vast gekozen deelverzameling van X . Definieer de relatie R op X door

$$(B, C) \in R \iff B \setminus C \subset A.$$

1. Zijn de volgende stelling waar of niet:

- (a) R is reflexief
- (b) R is symmetrisch
- (c) R is transitief

Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

2. We definiëren $S = R \cap R^{-1}$. Dit is een equivalentierelatie, wat je niet moet bewijzen. Stel nu $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ en $A = \{4, 5\}$, hoeveel equivalentieklassen heeft S ? Beargumenteer je antwoord.

Vraag 2. (15 punten) Zij $f : X \rightarrow Y$ een functie en $A \in P(X)$ en $B \in P(Y)$.

1. Bewijs dat de implicatie

$$B \subset f(A) \implies f^{-1}(B) \subset A$$

niet altijd hoeft te gelden aan de hand van een tegenvoorbeeld.

2. Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : \forall B \in P(Y) : [B \subset f(A) \implies f^{-1}(B) \subset A]$$

als en slechts als f injectief is.