

1 vraag 1

Zij $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ een symmetrische matrix die een eigenwaarde $\lambda \in \mathbb{R}$ heeft met eigenruimte E_λ . definieer nu L_A een lineaire transformatie over $\mathbb{R}^n = (\mathbb{R}, \mathbb{R}^n, +, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ zodat $L_A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n : L_A(X) = AX$

1. geef de definitie van E_λ
2. bewijs dat $L_A(E_\lambda^\perp) \subset E_\lambda^\perp$
3. bewijs voor elke λ dat $d(\lambda) = m(\lambda)$

2 vraag 2

Waar of Fout, bewijs of geef een tegenvoorbeeld

1. als V en W eindigdimensionale vectorruimtes zijn en $L : V \rightarrow W$ is een surjectieve lineaire afbeelding, dan is $\dim(V) \geq \dim(W)$
2. voor alle $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ en alle $B \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ geldt dat AB niet inverteerbaar is
3. voor alle n geldt dat de som van 2 diagonaliseerbare $n \times n$ matrices ook diagonaliseerbaar is

3 vraag 3

stel $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is een matrix met eigenwaarde λ , en $P \in \mathbb{R}[X]$ is een veelterm van de vorm $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k$. beschouw $P(A) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ als de matrix die je krijgt als je A invult in $P(X)$ (dus $P(A) = a_0 + a_1A + a_2A^2 + \dots + a_kA^k$)

1. bewijs dat voor alle eigenwaarden λ van A $P(\lambda)$ een eigenwaarde van $P(A)$ is
2. bewijs dat als A diagonaliseerbaar is, $P(A)$ dat ook is
3. bepaal voor alle diagonaliseerbare matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ en voor alle $P \in \mathbb{R}[X]$ het spectrum van $P(A)$ in functie van het spectrum van A en dat van P
4. bewijs dat voor alle $P(A) \in \mathbb{R}[X]_{\leq 1}$ geldt dat als $P(A)$ diagonaliseerbaar is, A dat ook is, en vindt een $P \in \mathbb{R}[X]_{\leq 2}$ waarvoor dit niet geldt