Tussentijdse Toets Wiskunde 2
1ste bachelor Biochemie & Biotechnologie,
Chemie, Geografie, Geologie en Informatica
april 2011

- Deze toets is bedoeld om u vertrouwd te maken met de wijze van ondervraging op het examen en om te testen of u de stof die tot nu toe behandeld is voldoende beheerst.
- Er zijn drie vragen. De eerste twee gaan over lineaire algebra en de laatste over reeksen. De derde vraag is niet bestemd voor geografie studenten.
- U maakt deze toets thuis op een moment dat het u past. Om deze toets een zinvolle voorbereiding te laten zijn op het examen, dient u zo veel mogelijk de omstandigheden van het echte examen te volgen. Dit wil zeggen:
  - Reserveer een periode van 3 uur om omgestoord aan de vragen te werken.
  - U mag gebruik maken van een rekenmachine (grafisch is toegestaan, symbolisch is niet toegestaan) en de cursustekst (Wiskunde I en Wiskunde II). U mag **niet** gebruik maken van eigen aantekeningen of uitgewerkte oefeningen.
  - Werk de antwoorden eerst op klad uit. Schrijf de uiteindelijke antwoorden duidelijk leesbaar op. Begin het antwoord onder het blad met de desbetreffende vraag en vul eventueel aan met extra bladen. Vermeld uw naam op elk blad.
- Lever de toets in op de oefenzitting van week 17 of 18 (26 april–6 mei 2011).
- Succes!

Vraag 1 (a) Bereken $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ waarin

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \gamma \end{bmatrix}$$

met $\gamma \in \mathbb{R}$.

(b) Voor welke γ liggen de drie vectoren in een vlak door de oorsprong?

(c) Los het stelsel

$$A^T \vec{x} = \vec{b}$$

op waarin $A = \begin{bmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \end{bmatrix}$ de matrix is met $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ als kolomvectoren.

Vraag 2 (a) Laat zien dat

$$\begin{vmatrix} a^2+t & ab & ac \\ ab & b^2+t & bc \\ ac & bc & c^2+t \end{vmatrix} = t^2(t+a^2+b^2+c^2).$$

(b) Gebruik (a) om de eigenwaarden van de matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

te berekenen.

(c) Bepaal een inverteerbare matrix X zodanig dat $X^{-1}AX$ een diagonaalmatrix is.

Vraag 3 (a) Geef de Maclaurinreeks van de functie

$$f(x) = \ln(2 + x^2).$$

(b) Bereken de convergentiestraal van de volgende machtreeks

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{3k}{k} x^k$$

(c) Bereken de eerste vier termen in de ontwikkeling naar Legendre veeltermen van de functie gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{voor } -1 < x < 0 \\ 1 & \text{voor } 0 < x < 1. \end{cases}$$

Schets de grafiek van f samen met de grafiek van $c_0 + c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3$.