

Tussentijdse Toets Bewijzen en Redeneren

1ste fase Fysica en Wiskunde
maandag 31 oktober 2016, 16:30–18:00 uur

Fysica: auditorium 200M.00.07
Wiskunde: auditorium 200 C Aud A

Naam:

Studierichting:

Naam van assistent:

(Assistenten zijn Marco Stevens, Dries Stivigny en Jonas Wahl)

- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen.
- De toets bestaat uit 3 vragen. Begin het antwoord op het examenblad en vul eventueel aan met losse bladen.
- Puntenverdeling per vraag:
Vraag 1: 6 pt
Vraag 2: (a) 4 pt (b) 2 pt (c) 6 pt
Vraag 3: (a) 3 pt (b) 3 pt (c) 3 pt (d) 3 pt
- Als u de toets voldoende maakt, behaalt u een bonus voor het examen van Bewijzen en redeneren:
 - Bij 15 op 30: 1 punt bonus
 - Bij 20 op 30: 1,5 punt bonus
 - Bij 25 op 30: 2 punten bonus
- Succes!

Naam:

Vraag 1 Geef de ontkenning van de volgende bewering over een rij (a_n) van reële getallen

$$\forall \varepsilon \in \mathbb{R} : [\varepsilon > 0 \implies \forall n \in \mathbb{N} : \exists m \in \mathbb{N} : [m > n \wedge a_n < 1 + \varepsilon]].$$

Schrijf de ontkenning in een vorm waarbij \neg en \implies niet voorkomen.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 Zij $f : X \rightarrow Y$ een functie.

(a) Bewijs dat voor elke $A \in P(X)$ geldt

$$A \subset f^{-1}(f(A))$$

(b) Laat door middel van een voorbeeld zien dat de andere inclusie

$$f^{-1}(f(A)) \subset A$$

niet altijd hoeft te gelden.

(c) Bewijs dat

$$\forall A \in P(X) : f^{-1}(f(A)) = A$$

geldt als en slechts als f injectief is.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 In deze opgave is $f : X \rightarrow Y$ een functie en is R een equivalentierelatie op X .

We definiëren de relatie S op Y door $(y_1, y_2) \in S$ als en slechts als

$$\exists x_1 \in f^{-1}(y_1) : \exists x_2 \in f^{-1}(y_2) : (x_1, x_2) \in R.$$

- (a) Is S reflexief? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.
- (b) Is S symmetrisch? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.
- (c) Is S transitief? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.
- (d) Is S een equivalentierelatie? Bewijs of geef een tegenvoorbeeld.

Antwoord: