

VRAAG 2

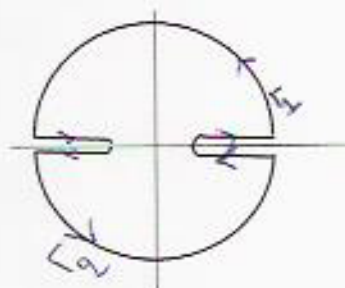
Om de integraal

$$I = \int_1^{\infty} \frac{x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 - 1}} dx$$

te berekenen maakt men gebruik van de integraal

$$J = \oint \frac{z}{(z^2 + 1)\sqrt{z^2 - 1}} dz,$$

waar de contour gegeven is door



1. Wat zijn de belangrijke punten z voor deze integrand? Welk soort singulariteiten zijn er in deze punten? (nauwkeurig omschrijven)
2. Rond welke punten draait de contour op de reële as. Waarom moet de contour zulke ingewikkelde curve volgen? Wat is er vermoeden? Zijn er keuzes gemaakt? Welke?
3. De relatie tussen de twee integralen hierboven is $J = 4I$. Wat moet je bewijzen om die relatie te bekomen? Zie je al waar je meer werk moet insteken om dit te bewijzen?
4. Hoe kan je J berekenen? Geef de voornaamste formules die je moet gebruiken, en zeg in woorden voor welke stappen en waarom je meer zal moeten rekenen.
5. Doe nu de stappen van deel 3 om echt aan te tonen dat $J = 4I$.
6. Maak de berekening af, door J te berekenen volgens uw tekst voor deel 4.

TIPS:

- Voor het eerste deel van vraag 1: vermits je iets moet bewijzen op een constante na, kan je denken aan de afgeleide.
- Je kan ook het tweede deel van vraag 1 oplossen als je het eerste deel niet vindt.
- De eerste 4 delen van vraag 2 vergen geen rekenwerk: je moet enkel beschrijven wat er moet gebeuren. Deel 5 vergt wel wat werk, en deel 6 is meer werk. Maar er zijn niet méér punten te verdienen op die laatste delen dan op de vorige. Dus die kan je voor het einde laten.