

Kwantummechanica

27 juni 2022

1 Theorie

1. Bespreek de onzekerheidsrelatie tussen energie en tijd. Beperk je antwoord tot de essentiële formules en hun interpretatie. Antwoord op één bladzijde. (5pt)
2. Beschouw tijdsafhankelijke storingsrekening met een Hamiltoniaan $H(t) = H_0 + H'(t)$ waarbij we veronderstellen dat H_0 een tweenniveausysteem beschrijft met niet-ontaaarde energieniveaus $E_b > E_a$. Welke matrixelementen van de storing (diagonaalelementen H'_{aa} en H'_{bb} en/of niet-diagonaalelementen H'_{ab} en H'_{ba}) zijn essentieel om overgangen tussen de twee niveaus te kunnen bekomen? Onderbouw je antwoord door de overgangskans zorgvuldig te analyseren uitgaande van de Schrödingervergelijking.

2 Oefeningen

1. Op de bodem van een oneindig diepe vierkante putpotentiaal met breedte $2a$ brengt men een storing aan in de vorm van een barrière met breedte $2b$ (met $b < a$) en constante hoogte $V_0 = \frac{\hbar^2 K_0^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8m(a-b)^2}$. De potentiaal $V(x)$ is V_0 voor $-b < x < b$, nul voor $-a < x < -b$ en $b < x < a$ en oneindig voor $|x| > a$.
 - (a) Bepaal eerst de (genormeerde) grondtoestandsgolffunctie en zijn (sic) energie voor het geval $b \neq 0$ (geen barrière).
 - (b) Bekijk het probleem $b \neq 0$ vanuit het standpunt van de eerste orde storingsrekening en tracht de correctie op de energie van de grondtoestand te berekenen wanneer je V_0 als een storing beschouwt.
 - (c) Bekijk dit probleem vanuit het standpunt van variatierekening waarbij de volgende familie van testfuncties aannemen: $\sin k(x+a)$ voor $-a < x < -b$ en $\sin k(a-x)$ voor $b < x < a$ en een lineair verloop $Cx + D$ voor $-b < x < b$. Tracht deze energie alsook de eigenfunctie van de grondtoestand te berekenen binnen deze familie. Maak een schets van deze golffunctie.
 - (d) Voor deze keuze van V_0 kan de grondtoestand exact worden gevonden. Bereken de energie en de eigenfunctie.

Hint: Zoek inspiratie in (c) en werk met de functie $D \cos k'x$ voor $-b < x < b$ en ga na hoe k' varieert met k en K_0 .

Tip: Let goed op de symmetrie die je verwacht voor de golffunctie in de grondtoestand en eis dat de golffunctie en zijn eerste afgeleide continu zijn bij $-b$ en b . Let ook op de normering van de golffunctie, wanneer dit nodig is.

2. Beschouw een tweenniveausysteem met niet-ontaaarde energie-eigenwaarden $E_b > E_a$ en bijhorende eigenfuncties van een Hamiltoniaan H . We bevolken deze niveaus met twee niet-interagerende deeltjes met spin $1/2$. De invloed van de spintoestand op de energie is verwaarloosbaar. Veronderstel eerst dat de deeltjes onderscheidbaar zijn. Schrijf nu naar keuze twee toestanden op, één waarbij de deeltjes onafhankelijk zijn, één waarbij er verstrengeling is. Verduidelijk dit door bijvoorbeeld de getalwaarden van de kansen te bepalen voor de meetresultaten van energie of spin in jouw gekozen toestand. Veronderstel vervolgens dat de deeltjes identiek zijn en schrijf naar eigen keuze een fysisch toegelaten toestand op.