

Examen Wiskunde I
Bachelor Biochemie & Biotechnologie, Chemie,
Geografie, Geologie en Informatica
Schakelprogramma Master Chemie en Toegepaste Informatica
woensdag 25 januari 2017, 9:00–13:00

Auditorium 200G.00.01: Lepoutre-Zimmer (58 studenten)

Auditorium 200G.00.06: Acke-Lepoutre (42 studenten)

Auditorium 200B.00.05: studenten met examenfaciliteiten, 9:00-14:20 (12 studenten)

Naam:

Studierichting:

- Het examen bestaat uit 5 vragen. Alle vragen tellen even zwaar mee.
- Geef uw antwoorden in volledige, goed lopende zinnen. Schrijf de antwoorden op deze bladen en vul eventueel aan met losse bladen.
- Kladbladen worden niet nagekeken en hoeft u niet in te leveren.
- U mag de cursustekst en een rekenmachine (niet-symbolisch) gebruiken.
- Voor elke vraag kunt u 10 punten verdienen. De puntenverdeling per onderdeel is:
Vraag 1: (a) 4 pt (b) 6 pt
Vraag 2: (a) 6 pt (b) 4 pt
Vraag 3: (a) 3 pt (b) 5 pt (c) 2 pt
Vraag 4: (a) 5 pt (b) 5 pt
Vraag 5: (a) 4 pt (b) 6 pt
- Succes!

Naam:

Vraag 1 Neem $f(x) = \ln\left(\frac{1}{1-x^2}\right)$.

- (a) Bereken de vierde graads Taylorveelterm rond $x = 0$ van de functie f .
- (b) Bewijs met volledige inductie dat

$$\sum_{k=2}^n f\left(\frac{1}{k}\right) = \ln\left(\frac{2n}{n+1}\right)$$

geldt voor elke $n \in \mathbb{N}$ met $n \geq 2$.

Antwoord:

Naam:

Vraag 2 (a) Bereken de integraal

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{t}}{(t+1)(t+4)} dt$$

Hint: begin met substitutie $t = x^2$.

(b) Bereken de integraal

$$\int_0^1 [4x] dx$$

Hierin is $[4x]$ het grootste gehele getal $\leq 4x$, zie ook Voorbeeld 6.3.3 uit de cursus.

Antwoord:

Naam:

Vraag 3 Bij een chemische reactie $A + 2B \rightarrow 3C$ voldoen de concentraties $a(t)$, $b(t)$ en $c(t)$ van de drie stoffen A , B en C aan de differentiaalvergelijkingen

$$\frac{da}{dt} = -rab^2, \quad \frac{db}{dt} = -2rab^2, \quad \frac{dc}{dt} = 3rab^2$$

met $r > 0$ de reactieconstante. We nemen beginwaarden $a(0) = 1$, $b(0) = 2$, en $c(0) = 0$.

- (a) Laat zien dat $b(t) - 2a(t) = 0$ en $c(t) + 3a(t) = 3$ geldt voor elke t .
- (b) Laat zien dat de differentiaalvergelijking voor a geschreven kan worden als

$$\frac{da}{dt} = -4ra^3$$

en los deze differentiaalvergelijking op.

- (c) Bereken

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} c(t).$$

Antwoord:

Naam:

Vraag 4 Een dorp bevindt zich in een berglandschap waarvan de hoogte (in meters) gegeven wordt door

$$H(x, y) = 500e^{-(x-2)^2 - (y-x)^2}.$$

- (a) Ga na dat H een lokaal maximum bereikt. Is dit ook een globaal maximum? Waar wordt het maximum bereikt en wat is de hoogte?
- (b) Het centrum van het dorp bevindt zich in het punt $(0, 0)$. Vanuit het centrum van het dorp loopt een weg rondom de berg op constante hoogte.
Welk punt op deze weg heeft de grootste y -waarde?
Welk punt heeft de kleinste y -waarde?

Antwoord:

Naam:

Vraag 5 De reële getallen a en b zijn zo dat de functie $x(t) = e^{-2t} \sin t$ een oplossing is van de differentiaalvergelijking

$$x'' + ax' + bx = 0.$$

- (a) Bepaal hieruit a en b .
- (b) Geef de oplossing van de differentiaalvergelijking (met de waarden van a en b die u in (a) gevonden hebt) die voldoet aan de beginvoorwaarden $x(0) = 1$ en $x'(0) = 2$.

Als u onderdeel (a) niet heeft kunnen maken, neem dan $a = 2$ en $b = 5$.

Antwoord: