Calculus I: herexamen 2017-2018

Augustus 17, 2018

1. (4 points) Beschouw de functie $f(x) = \frac{e^x - 1}{|x|}$
   a. Toon aan dat f inverteerbaar is op $R \setminus \{0\}$
   b. Bepaal het domein van de inverse functie f^{-1}
   c. Bepaal $(f^{-1})'(e-1)$
   d. Zij $h(x) = e^x - 1$. Bereken de limiet $lim_{x\to 0} \frac{x^2 h(x)}{h(x^3}$ of argumenteer waarom deze limiet niet bestaat.

2. (3 points) Beschouw de reeks $\sum_{k=1}^{\infty}$ gegeven door $\sum_{k=1}^{\infty} 7k\frac{15^{k-1}}{22^k}$
   1. Toon aan dat $lim_{k\to 0} a_k = 0$. Wat mag je hieruit concluderen voor de reeks? aan dat de reeks (met positieve termen) convergeert. Je kan hiervoor de verhoudingstest van D'Alembert (ratiotest) of de worteltest van Cauchy gebruiken.
   2. Toon aan dat de som van de reeks gelijk is aan $\frac{22}{7}$. Je kan hiervoor gebruik maken van één van de volgende twee Hints.

      neem de afgeleide naar x coor identiteit: $\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}, |x| < 1$
      gebruik de identiteit $\sum_{k=1}^{\infty} k(\frac{1}{m})^k = \sum_{k=1}^{\infty}(\frac{1}{m})^k + \sum_{k=1}^{\infty}(\frac{1}{m})^k + ...$

3. (2 points) Beschouw de kromme gegeven de doorsnede van het vlak $x+y+z=6$ en de cilinder $x^2+y^2=50$.
   1. Beschrijf de vorm van de kromme.
   2. Bepaal de punten op de kromme die het dichtste bij en het verste van de oorsprong liggen.

4. (1,5 points) .
   1. Toon aan dat $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+cos(4t)}dt = \sqrt{2}$
   2. Beschouw de kromme geparametriseerd door $x(t) = 5cos(t) + cos(5t), y(t) = 5sin(t) + sin(5t)$. Bepaal de lengte van de kromme waarbij $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$

5. (1,5 points) .
   a. Beschouw de functie $f(x,y) = x^2 - 4y$. Bepaal de richtingsafgeleide voor f in het punt $(0,a)$ met $a \in \mathbb{R}$
   b. Beschouw de veelterm $p(x) = 2x^4 + 5\sqrt{2}x^3 + 12x^2 + 45\sqrt{2}x - 54$
   Beargumenteer dat $p(x)$ juist twee zuiver imaginaire nulpunten heeft.

6. (3 points) Beschouw de functie met voorschrift $g(t) = \int_0^{\frac{t}{2}} \frac{Bgsin(1-\sqrt{x})}{\sqrt{(4-x)(1+x)}}dx$.
   a. Bepaal het domein van deze functie.

   Beschouw vervolgens het interval $[0,3]$.

   b. Vind het globale maximum van g op het interval.
   c. Toon aan dat het globale maximum van de functie g wordt bereikt op één van de randpunten van het interval. Beargumenteer zorgvuldig in welk van beide randpunten het globale maximum bereikt wordt.