Eerste gequoteerde oefenzitting

15 november 2024 Automaten & Berekenbaarheid

Vraag 1

Beschouw de taal $L = \{0^n 1^m 2^{n+m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ over het alfabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$.

- Is L regulier? Zo ja, geef dan een reguliere expressie E zodat $L_E = L$. Zo niet, bewijs.
- Is L context-vrij? Zo ja, geef dan een context-vrije grammatica G zodat $L_G = L$. Zo niet, bewijs.

Vraag 2

Voor een string $s = s_1 s_2 \cdots s_n$ definiëren we VoegABToe(s). Deze functie zal na elke letter in s afwisselend een a en een b zetten. Hieronder een aantal voorbeelden:

$$\begin{aligned}
\text{VoegABToe}(\varepsilon) &= \varepsilon \\
\text{VoegABToe}(a) &= aa \\
\text{VoegABToe}(ccc) &= cacbca \\
\text{VoegABToe}(appels) &= aapbpaeblasb
\end{aligned}$$

Bewijs dat voor alle reguliere talen L geldt dat

$$\text{ABTaal}(L) = \{\text{voegABToe}(s) \mid s \in L\}$$

ook regulier is.

Vraag 3

Geef een context-vrije grammatica voor onderstaande talen:

- $L_1 = \text{ABTaal}(\Sigma^*)$ met $\Sigma = \{a, b\}$
- $L_2 = \{y \in \Sigma^* \mid \text{de lengte van } y \text{ is deelbaar door 2, door 3 of door beiden}\}$
- $L_3 = \{y \in \Sigma^* \mid aba \text{ is geen substring van } y\}$

Vraag 4

Beschouw het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$. Voor elk symbool $\sigma \in \Sigma$ en elke string $s \in \Sigma^*$ beschouwen we de functie $n_\sigma(s)$ die het aantal voorkomens van σ in de string s telt:

$$\begin{aligned}
n_a(s) &= \text{aantal voorkomens van } a \text{ in } s \\
n_b(s) &= \text{aantal voorkomens van } b \text{ in } s \\
n_c(s) &= \text{aantal voorkomens van } c \text{ in } s
\end{aligned}$$

Bewijs dat de volgende taal over Σ niet context-vrij is:

$$L = \{s \in \Sigma^* \mid n_a(s) < n_b(s) \text{ en } n_b(s) < n_c(s)\}$$